

## Сили, що діють на рідину

### Гідростатичний тиск (ГСТ) і його властивості

Всі сили, що діють на рідину, можна розділити на внутрішні та зовнішні. Внутрішні сили взаємодії між частинками рідини нами не зглядаються.

Зовнішні сили прикладені до частинок певного об'єму рідини поділяються на поверхневі та масові.

Внаслідок текучості зосереджені сили не можуть діяти на рідину, але можуть діяти як рівномірно розподілені чи по її об'єму чи по поверхні.

**Поверхневі** сили завжди розподілені рівномірно по поверхні рідини і пропорційні цій поверхні. Вони виникають внаслідок дії сусіднього об'єму рідини на розглядуваний об'єм або дією інших тіл (як рідких так і твердих) на рідину. Якщо рідина знаходиться в стані спокою, тиск називається гідростатичним тиском.

**Масові** сили пропорційні масі і діють на всі частинки об'єму рідини, що розглядається. До масових сил відносяться сили тяжіння та сили інерції:

$$G = mg,$$

$$F = ma, \quad (1-1)$$

де  $G$  - сила тяжіння;  $F$  - сила інерції;  $g$  - прискорення вільного падіння;  $a$  - прискорення руху;  $m$  - маса рідини.

В гідравліці розглядаються одиничні масові сили та їх проекції на координатні осі, які виражають відповідними прискореннями руху

$$\frac{G}{m} = g, \quad \frac{F}{m} = a. \quad (2-1) \quad (3-1)$$

Проекції одиничних сил на осі координат можна записати так: для сили тяжіння -  $F_x$ ,  $F_y$  та  $F_z$ , (4-1) для сили інерції -

$$a_x = du_x/dt, \quad a_y = du_y/dt, \quad a_z = du_z/dt. \quad (5-1)$$

ГСТ виникає в рідині, що знаходиться в стані рівноваги (спокою).

Розглянемо довільний об'єм рідини (рис. 1), який перебуває в рівновазі під дією зовнішніх сил.

Розітнемо цей об'єм площиною  $\omega$  і уявно відкинемо його частину з одного боку від цієї площини.

Для того щоб збереглися умови рівноваги, дію відкинутої частини заміняємо рівнодійною силою  $P$ , яка викликає середній тиск на площині  $\omega$   $p_{ср} = P/\omega$  (1)

Тепер на площині  $\omega$  виділимо елементарну площу  $\Delta\omega$ . На неї буде діяти тільки частина рівнодійної сили  $\Delta P$ . Відношення  $\Delta P$  до  $\Delta\omega$ , коли  $\Delta\omega$  наближається до нуля, називається гідростатичним тиском (**ГСТ**) у точці

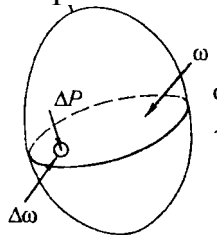
$$p = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta\omega}, \quad (2) \quad \text{або} \quad p = \frac{dP}{d\omega}. \quad (3)$$

### ГСТ тиск має три основні властивості:

1. ГСТ спрямований по нормалі до поверхні, на яку він діє (тобто перпендикулярно до поверхні).

У рідині не виникають напруження розтягу, а якщо вона перебуває в стані спокою, то в ній не виникають і дотичні напруження. Тиск може діяти на площину тільки під кутом  $90^\circ$ , бо інакше його можна було б розкласти на дві складові: нормальну  $p$  і дотичну  $\tau$  (4). Але дотичні напруження можуть виникати в рідині тільки під час її руху. Тому це ще раз доводить, що ГСТ діє тільки нормально до поверхні і викликає тільки стискальні зусилля.

2. У будь-якій точці рідини гідростатичний тиск є однаковим за всіма напрямками.



3. Значення тиску визначається тільки розташуванням певної точки в просторі, заповненому рідиною, тобто залежить від її координат:  $p = f(x; y, z)$ . (5)

Тиск є скалярною величиною, тоді як сила тиску — це векторна величина. Вимірюють тиск у **Паскалях**:

$$1 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ Па} \quad (6).$$

У техніці застосовують також одиницю тиску — технічну атмосферу (ат):

$$1 \text{ ат} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 98\,100 \text{ Н/м}^2 = 98\,100 \text{ Па} = 98,1 \text{ кПа} \approx 0,1 \text{ МПа}.$$

### Диференціальні рівняння рівноваги рідини (рівняння Ейлера)

Виділимо в рідині, що перебуває в спокої, елементарний паралелепіпед із сторонами  $dx, dy, dz$  (рис.2). В усіх точках будь-якої нескінченно малої грані тиск рідини приймаємо однаковим. Уявно відкинемо рідину, яка оточує паралелепіпед, замінимо її дію відповідними силами.

Позначимо тиск у точці  $A$  з координатами  $x, y, z$  у центрі лівої грані (на перехресті діагоналей) через  $p$  (7). По властивостям ГСТ  $p = f(x, y, z)$  (8), тому в інших точках паралелепіпеда тиск буде відрізнятися від  $p$ .

Координати точки  $B$  правої грані будуть  $x + dx; y; z$ . (9),

а тиск точці  $B$   $p + \frac{\partial p}{\partial x} dx$ . (10) На ліву грань діє сила тиску  $p dy dz$  (11), а на праву —

--  $\left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dydz.$  (12) Знак «-» тут вказує на те, що сила діє в напрямі, протилежному напрямку осі  $x$ , тому що на паралелепіпед діють стискальні сили.

Крім того, на паралелепіпед можуть діяти масові сили (наприклад, сила тяжіння, сила інерції або комбінація цих сил). Ці сили прикладені в центрі ваги рідини.

Проекція масових сил на вісь  $x$   $\rho dx dy dz X$ , (13)  
де  $X$  — проекція прискорення масової сили на вісь  $x$ , або проекція цих сил, віднесена до одиниці маси.

Запишемо умову рівноваги сил, що проекціюються на вісь  $x$ :

$$p dydz - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dydz + \rho dx dy dz X = 0. \quad (14)$$

Після перетворень

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + X = 0. \quad (15)$$

За аналогією можна записати і рівняння для осей  $y$  і  $z$ . Тоді дістанемо диференціальні рівняння рівноваги рідини (рівняння Ейлера):

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + X &= 0; \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + Y &= 0; \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + Z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

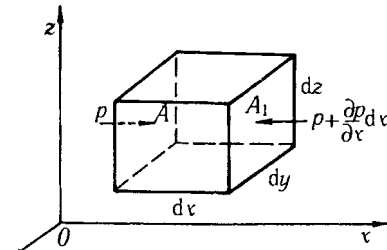


Рис. 2

Оскільки масові сили віднесені до маси, то очевидно, що всі члени рівняння мають розмірність прискорення (LT<sup>-2</sup>)

Кожне рівняння характеризує зміну тиску, якщо змінюється одна з координат. Для того щоб встановити закономірності зміни тиску при зміні кількох координат, треба розглянути рівняння Ейлера сумісно для трьох осей координат.